

# 4.4 Les exposants rationnels et les radicaux

Oct 24, 2018 at 16:14

# 4.4 Les exposants rationnels et les radicaux

Le mercredi 24 octobre

Établir la relation entre les exposants rationnels et les radicaux

Écris chaque radical sous sa forme simplifiée.

a)  $\sqrt{8}$

b)  $\sqrt{12}$

c)  $\sqrt{32}$

d)  $\sqrt{50}$

e)  $\sqrt{18}$

f)  $\sqrt{27}$

g)  $\sqrt{48}$

h)  $\sqrt{75}$

Écris chaque radical sous forme entière.

**a)**  $5\sqrt{2}$       **b)**  $6\sqrt{2}$       **c)**  $7\sqrt{2}$       **d)**  $8\sqrt{2}$

**e)**  $5\sqrt{3}$       **f)**  $6\sqrt{3}$       **g)**  $7\sqrt{3}$       **h)**  $8\sqrt{3}$

# Réchauffement



A. Copie chaque tableau et remplis-le. Utilise ta calculatrice

$x$	$x^{\frac{1}{2}}$
1	$1^{\frac{1}{2}} =$
4	$4^{\frac{1}{2}} =$
9	
16	
25	

$x$	$x^{\frac{1}{3}}$
1	
8	
27	
64	
125	

# Réchauffement



B. Remarques-tu des régularités?

- Selon toi, que signifie l'exposant  $\frac{1}{2}$  ?

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x}$$

- Selon toi, que signifie l'exposant  $\frac{1}{3}$  ?

$$x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$$

Que signifie  $a^{\frac{1}{n}}$ ? Explique ton raisonnement.

Le dénominateur  
de l'exposant devient  
l'indice de la racine

$$= \sqrt[n]{a}$$

## Les puissances qui ont un exposant rationnel dont le numérateur est 1

Si  $n$  est un nombre naturel strictement positif et que  $x$  est un nombre rationnel, alors  $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ .

Écris la puissance sous la forme d'un radical

$$5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[6]{7}}$$

## Exemple 1

## Évaluer des puissances de la forme $a^{\frac{1}{n}}$

Évalue chaque puissance sans utiliser une calculatrice.

$$(81)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[4]{81}$$

$$= 3$$

$$\left(\frac{25}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}}$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$(0,008)^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[3]{0,008}$$

$$= 0,2$$



## Exemple 1

## Évaluer des puissances de la forme $a^{\frac{1}{n}}$

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Évalue chaque puissance sans utiliser de calculatrice.

a)  $1\,000^{\frac{1}{3}}$

b)  $0,25^{\frac{1}{2}}$

c)  $(-8)^{\frac{1}{3}}$

d)  $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$

## La puissance d'une puissance

$$(3^4)^2 = 3^8$$

$$(3^4)^{1/3} = 3^{4/3}$$

Garder impropre

$$(3^{1/3})^4 = 3^{4/3}$$

## Les puissances qui ont un exposant rationnel

Si  $m$  et  $n$  sont des nombres naturels strictement positifs et que  $x$  est un nombre rationnel, alors

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m \quad \text{et} \quad = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$$

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

$$\begin{aligned} 8^{\frac{2}{3}} &= \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 \\ &= (2)^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^{\frac{2}{3}} &= \left(8^2\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \sqrt[3]{8^2} \\ &= \sqrt[3]{64} = 4 \end{aligned}$$

Écris  $8^{\frac{2}{3}}$  sous la forme d'un radical de deux façons.

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m \\ = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$$

et

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^m\right)^{\frac{1}{n}} \\ = \sqrt[n]{x^m}$$

Écris  $\sqrt{3^5}$  et  $\left(\sqrt[3]{25}\right)^2$  sous la forme d'une puissance ayant un exposant rationnel.

$$\sqrt{3^5} = \left(3^5\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{2}}$$

## Exemple 2

Réécrire des puissances ayant un exposant rationnel sous la forme d'un radical et vice versa

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. a) Écris  $26^{\frac{2}{5}}$  sous la forme d'un radical de 2 façons.
- b) Écris  $\sqrt{6^5}$  et  $(\sqrt[4]{19})^3$  sous la forme d'une puissance ayant un exposant rationnel.

### Exemple 3

## Évaluer des puissances qui ont un exposant rationnel et une base rationnelle

Évalue chaque expression:

$$0,008^{\frac{2}{3}}$$

$$(\sqrt[3]{0,008})^2$$

$$= (0,2)^2$$

$$= 0,04$$

$$81^{\frac{3}{2}}$$

### Exemple 3

## Évaluer des puissances qui ont un exposant rationnel et une base rationnelle

Évalue chaque expression:

$$\begin{aligned}(-32)^{0,4} &= (-32)^{2/5} \\ &= \left(\sqrt[5]{-32}\right)^2 \\ &= (-2)^2 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1,8^{1,4} &= (1,8)^{7/5} \\ &= \left(\sqrt[5]{1,8}\right)^7 \\ &= 2,277\dots\dots\dots\end{aligned}$$

## Exemple 3

Évaluer des puissances qui ont un exposant rationnel et une base rationnelle

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Évalue chaque expression.

a)  $0,01^{\frac{3}{2}}$

b)  $(-27)^{\frac{4}{3}}$

c)  $81^{\frac{3}{4}}$

d)  $0,75^{1,2}$



## Exemple 4

## Utiliser des exposants rationnels

Les biologistes utilisent la formule  $c = 0,01m^{\frac{2}{3}}$  pour estimer la masse du cerveau,  $c$ , en kilogrammes, d'un mammifère ayant une masse corporelle de  $m$  kilogrammes. Estime la masse du cerveau de chaque animal.

a) un chien husky ayant une masse corporelle de 27 kg

b) un ours polaire ayant une masse corporelle de 200 kg

$$\begin{aligned} \text{b) } c &= 0,01(200)^{\frac{2}{3}} \\ &= 0,342\dots \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } c &= 0,01(27)^{\frac{2}{3}} \\ &= 0,01(\sqrt[3]{27})^2 \\ &= 0,01(3)^2 \\ &= 0,01(9) \\ &= 0,09 \text{ kg} \end{aligned}$$

Page 227

Commence # 3 à 7

